



NOMBRE Y APELLIDOS: .....

CURSO: 4º ESO

TRABAJO PARA VERANO DE MATEMÁTICAS.

### UNIDAD 1: NÚMEROS REALES

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \sqrt[3]{27 \cdot a^6 \cdot b^9 \cdot c^3} & \text{b) } \sqrt[5]{\frac{-32 \cdot x^{10}}{b^{15}}} & \text{c) } \sqrt[3]{\sqrt{b}} \\ \text{d) } \sqrt[3]{\sqrt{a^2 \cdot x}} & \text{e) } \sqrt{9 \cdot \sqrt{16}} : \left( \sqrt[3]{\sqrt[7]{8 \cdot a^3}} \right)^7 & \text{f) } \sqrt{a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2} \end{array}$$

Calcular las siguientes potencias y raíces:

Poner bajo un solo signo radical las siguientes expresiones:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \sqrt{\sqrt{3}} & \text{b) } \sqrt[3]{\sqrt{x^2}} & \text{c) } \sqrt{3 \cdot \sqrt{3}} \\ \text{d) } \sqrt[3]{\sqrt[3]{x^c}} & \text{e) } \sqrt{5 \cdot \sqrt{5 \cdot \sqrt{5}}} & \text{f) } \frac{\sqrt{a} \cdot \sqrt{b}}{\sqrt{c}} \\ \text{g) } \sqrt{\frac{x}{y} \cdot \sqrt[3]{\frac{y}{x}}} & \text{h) } \sqrt[3]{\sqrt{a+b} \cdot \sqrt{a+b}} & \text{j) } \sqrt{\frac{1}{a} \cdot \sqrt{a} \cdot \sqrt{a}} \end{array}$$

Racionalizar el denominador (1<sup>er</sup> Caso) de los siguientes cocientes:

$$\begin{array}{lllll} 1) \frac{2}{\sqrt{7}} & 2) \frac{3}{\sqrt{15}} & 3) \frac{33}{\sqrt{33}} & 4) \frac{a}{\sqrt{b}} & 15) \frac{5n^2}{3 \cdot \sqrt{mn}} \end{array}$$

Racionalizar el denominador (2<sup>do</sup> Caso) de los siguientes cocientes:

$$\begin{array}{llll} 1) \frac{1}{\sqrt[3]{9x}} & 2) \frac{5}{\sqrt[3]{4a^2}} & 3) \frac{\sqrt{3c^2}}{\sqrt[3]{9c}} & 4) \frac{6ab}{\sqrt[3]{4a^2b}} \end{array}$$

Racionalizar el denominador (3<sup>er</sup> Caso) de los siguientes cocientes:

$$\begin{array}{llll} 1) \frac{2}{\sqrt{3}-1} & 2) \frac{3+\sqrt{5}}{3-\sqrt{5}} & 3) \frac{\sqrt{7}-\sqrt{2}}{\sqrt{7}+\sqrt{2}} & 3) \frac{19}{5 \cdot \sqrt{2}-4 \cdot \sqrt{3}} \\ 5) \frac{5}{4-\sqrt{11}} & 6) \frac{3+\sqrt{6}}{3-\sqrt{6}} & 7) \frac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{\sqrt{5}+\sqrt{7}} & 8) \frac{3 \cdot \sqrt{2}}{7 \cdot \sqrt{2}-6 \cdot \sqrt{3}} \end{array}$$

### UNIDAD 2 : POLINOMIOS

Hallar las restantes raíces de los siguientes polinomios y factorízalos:

$$\begin{array}{l} \text{a) } x^3 + x^2 - 14x - 24 \text{ sabiendo que: } -3 \text{ es raíz.} \\ \text{b) } x^4 + 3x^3 - 3x^2 - 11x - 6 \text{ sabiendo que: } -1 \text{ es raíz doble.} \end{array}$$

Dados:

$$P(x) = x^5 + a.x^4 + 3.x^2 - 8.x + b \text{ y } Q(x) = x^3 - 6.x + 2,$$

hallar los números reales a y b de tal forma que -1 sea raíz del cociente y del resto de la división de P(x) por Q(x).

Determinar a de modo que al dividir  $P(x) = 2.x^{15} - a.x^{13} + 5.x^8 + 2.a.x^4 - 6$  por  $x + 1$ , el resto sea igual a 2.

Determinar si el polinomio:

$$P(x) = 2.x^{17} + 4.x^4 + x - 1$$

es divisible por:

- a)  $x + 1$
- b)  $x - 1$
- c)  $x^2 - 1$

Efectuar las siguientes operaciones:

$$a) \left( \frac{x-y}{x+y} - \frac{x+y}{x-y} \right) : \left( \frac{x+y}{x-y} - \frac{x-y}{x+y} \right)$$

$$b) \left( \frac{2.x^2}{x^3+y^3} : \frac{x.y}{x+y} \right) \cdot \frac{x^2 - x.y + y^2}{4.y^2}$$

$$c) \frac{a-b^2}{b^2-a}$$

Obtener las restantes raíces y factorizar el polinomio:  $P(x) = x^5 - 3.x^4 - x^3 + 11.x^2 - 12.x + 4$ , sabiendo que 2 y -2 son raíces.

### UNIDAD 3: ECUACIONES Y SISTEMAS

Resuelve las siguientes ecuaciones irracionales:

$$a) 1 - \sqrt{x+2} = \sqrt{2x+5}$$

$$b) \sqrt{6x-29} - \sqrt{x} = \sqrt{x-5}$$

$$c) \sqrt{2x} + \sqrt{4x-3} = 3$$

$$d) 2x - 5 + 2\sqrt{x^2 - 5x} = 25$$

Resuelve las siguientes ecuaciones fraccionarias:

$$a) \frac{3x-8}{5} - \frac{x-1}{4} + \frac{7-x}{3} = \frac{4-x}{3} - \frac{8x-5}{10}$$

$$b) \frac{5x}{2x-2} - \frac{2x+3}{3x-3} + \frac{3x+2}{4x-4} - \frac{4x+1}{5x-5} = 2$$

$$c) \frac{5x+3}{7x-9} - \frac{4x+9}{9-7x} = 2$$

Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones:

$$\text{a) } \left. \begin{array}{l} \frac{5x+3}{2} - \frac{y+6}{3} = x - \frac{1}{2} \\ \frac{5x-4}{3} - \frac{y+1}{2} = y - \frac{11}{6} \end{array} \right\}$$

$$\text{b) } \left. \begin{array}{l} 3x + y + 5z = 50 \\ 5x - y + 7z = 30 \\ 11x + y - 2z = 130 \end{array} \right\}$$

$$\text{c) } \left. \begin{array}{l} 3x + 2y = -7 \\ 5z + 3x = -18 \\ 5y + 2z = -16 \end{array} \right\}$$

Resuelve las siguientes ecuaciones

- a)  $(5x-2)(5x+2) - (3x+4)^2 = (6x-1)^2 - 53$
- b)  $(x+7) : (2x+3) = (3x-5) : (x+3)$
- c)  $\sqrt{4x-3} - \sqrt{x-6} = 4$
- d)  $\sqrt{4x+5} - \sqrt{5x-9} = \sqrt{x-4}$

Resuelve las siguientes ecuaciones bicuadradas:

- a)  $x^4 - 10x^2 + 9 = 0$
- b)  $(3x-7)^2 - 4(3x-7) = 32$
- c)  $(2x-a)^2 = b(2x-a) + 2b^2$
- d)  $x + \sqrt{x} = 6$
- e)  $\frac{x^2}{x+1} + \frac{x+1}{x^2} = \frac{5}{2}$

Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones cuadráticos:

$$\text{a) } \left. \begin{array}{l} x + y = 10 \\ xy = 24 \end{array} \right\}$$

$$\text{b) } \left. \begin{array}{l} x^2 + y^2 = 82 \\ xy = 9 \end{array} \right\}$$

$$\text{c) } \begin{cases} x^2 - y^2 = 15 \\ x - y = 3 \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} x - y = 3 \\ x^2 + 3xy + y^2 = 29 \end{cases}$$

$$\text{e) } \begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = -\frac{1}{20} \\ x - y = 1 \end{cases}$$

#### UNIDAD 4: INECUACIONES

Resolver las siguientes inecuaciones:

$$\text{a) } x^2 \geq 16 \qquad \text{R. } \mathbb{R} - ]-4, 4[$$

$$\text{b) } 9x^2 < 25 \qquad \text{R. } ]-5/3, 5/3 [$$

$$\text{c) } 36 > (x - 1)^2 \qquad \text{R. } ]-5, 7 [$$

$$\text{d) } (x + 5)^2 \leq (x + 4)^2 + (x - 3)^2 \qquad \text{R. } \mathbb{R} - ]0, 8 [$$

$$\text{e) } x(x - 2) < 2(x + 6) \qquad \text{R. } ]-2, 6 [$$

$$\text{f) } x^2 - 3x > 3x - 9 \qquad \text{R. } \mathbb{R} - \{3\}$$

$$\text{g) } \frac{x}{x-1} > 0 \qquad \text{R. } \mathbb{R} - [0, 1]$$

$$\text{h) } \frac{x+6}{3-x} < 0 \qquad \text{R. } \mathbb{R} - [-6, 3]$$

$$\text{i) } \frac{x}{x-5} - 2 \geq 0 \qquad \text{R. } [5, 10]$$

$$\text{j) } \frac{2x-1}{x+5} > 2 \qquad \text{R. } ]-\infty, -5 [$$

$$\text{k) } x - 4 < \frac{5}{x} \qquad \text{R. } ]-\infty, -1[ \cup ]0, 5 [$$

$$\text{l) } x + \frac{15}{x} \geq 8 \qquad \text{R. } ]0, 3[ \cup [5, +\infty [$$

Resolver los siguientes sistemas de inecuaciones:

$$1. - \begin{cases} x - y > -3 \\ 2x + y > 1 \end{cases}$$

$$2. - \begin{cases} -2x - y > 4 \\ y + 3x > -6 \end{cases}$$

$$3. - \begin{cases} 2x - y > 4 \\ y > x(x - 3) \end{cases}$$

$$4. - \begin{cases} 3x + 1 > 5 \\ 5x - 2 > -4 \end{cases}$$

$$5. - \begin{cases} 3x + 1 > 1 \\ 5x - 2 < 8 \end{cases}$$

$$6. - \begin{cases} 3(x - 1) - (x - 2) > y \\ x - 1 > y \end{cases}$$

### UNIDAD 5 ESTUDIO GRÁFICO DE FUNCIONES

Calcula el dominio y la simetría de las funciones que se dan a continuación:

$$a) f(x) = \frac{x^2}{2x + 6};$$

$$b) f(x) = \frac{x - 2}{x^2 - 2x - 8};$$

$$c) y = x^2 - 6x;$$

$$d) y = \frac{x^2 - 2x}{2x^2 + 8};$$

$$e) g(x) = \frac{1 - x^2}{x^2 - x - 6};$$

$$f) y = \sqrt{x - 3};$$

$$g) f(x) = \frac{1}{5x - 15};$$

$$h) f(x) = \sqrt{x + 7};$$

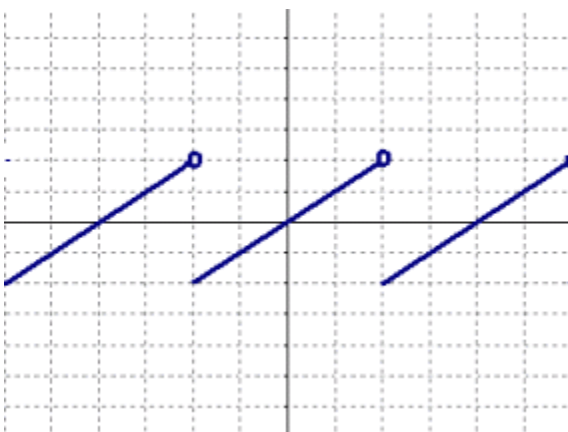
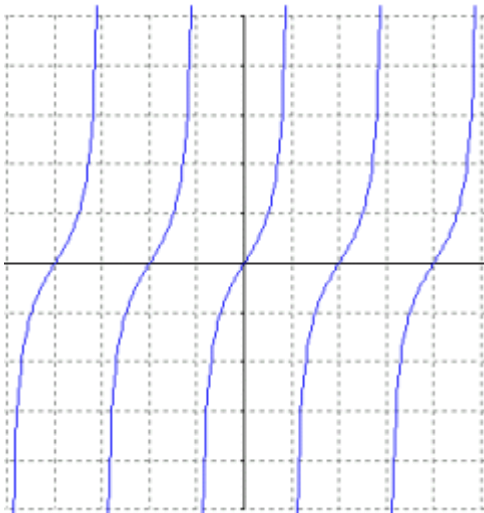
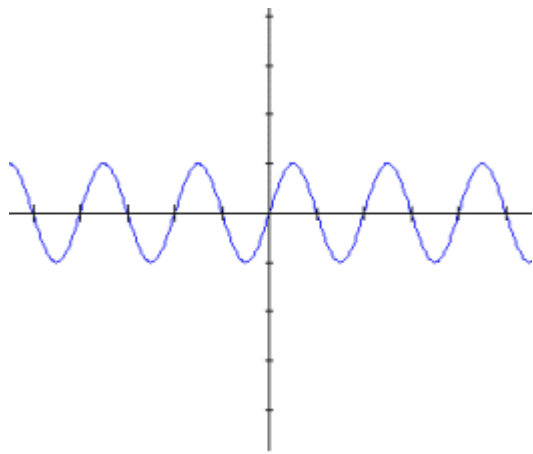
$$i) h(x) = \frac{3x^2}{x^2 - 16};$$

$$j) y = \sqrt{x^2 + 1};$$

$$k) t(x) = \sqrt{-x^2 + 2x + 3};$$

$$l) f(x) = \sqrt{x^2 - 6x};$$

Estudia el dominio, recorrido, crecimiento, decrecimiento, máximos y mínimos de las siguientes funciones:



### UNIDAD 6: FUNCIONES ALGEBRAICAS

Representar las siguientes ecuaciones:

a -  $y = 4.x^2$

b -  $y = -x^2$

c -  $y = -x^2 + 4$

d -  $y = 2.x^2 + 3$

e -  $y = (x - 3)^2$

f -  $y = (x - 2)^2 + 1$

g -  $y = -(x + 2)^2 + 3$

h -  $y = -4.x^2 + 4.x - 1$

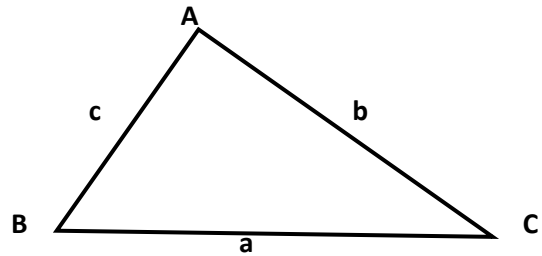
i -  $y = x^2 + 2.x + 2$

j -  $y = -x^2 + 3.y$

### UNIDAD 9: TRIGONOMETRÍA

Resolver el triángulo rectángulo de la figura, utilizando los datos que se indican en cada

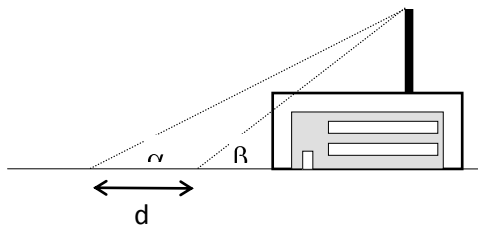
- a)  $a = 120 \text{ m}$ ;  $\hat{B} = 35^\circ 15'$
- b)  $a = 3500 \text{ m}$ ;  $\hat{C} = 15^\circ 18' 32''$
- c)  $c = 130 \text{ m}$ ;  $\hat{B} = 72^\circ 10'$
- d)  $b = 239 \text{ m}$ ;  $\hat{B} = 29^\circ 12' 15''$
- e)  $b = 15 \text{ m}$ ;  $c = 7 \text{ m}$



caso:

En el ejercicio se proponen datos de diferentes triángulos. Calculan los datos que faltan.

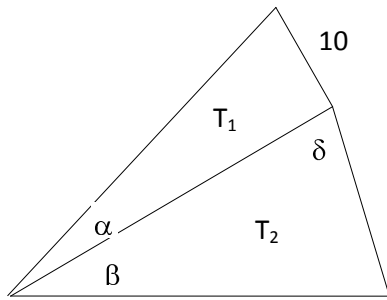
	a	b	c	A	B	C
<b>1</b>	37	24	61			
<b>2</b>		57	100	57		
<b>3</b>		57	100		57°	
<b>4</b>		57	100			57°
<b>5</b>		57		57°	62°	
<b>6</b>		57		57°		62°
<b>7</b>			4.7	41°	59°	
<b>8</b>		321	470	123°		



Quiero medir la altura de la chimenea de una fábrica. Como no me puedo acercar al pie de la chimenea, pues está en el interior de una nave, he tomado, desde dos puntos, los ángulos bajo los cuales veo el extremo de la chimenea ( $\alpha$  y  $\beta$ ). Y he medido la distancia de separación de los dos puntos

(d). Expresar la altura de la chimenea ( $h$ ) en función de los datos aportados. ( $\alpha=45^\circ$ ,  $\beta=55^\circ$  y  $d=14.9896 \text{ m}$ ).

Expresa  $h$ , en términos de  $\alpha$ ,  $\beta$  y  $d$ .

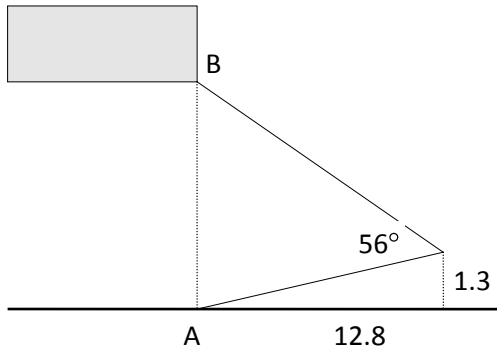


En el dibujo se conocen los datos:  $\alpha=20^\circ$ ,  $\beta=30^\circ$  y  $\delta=70^\circ$ .

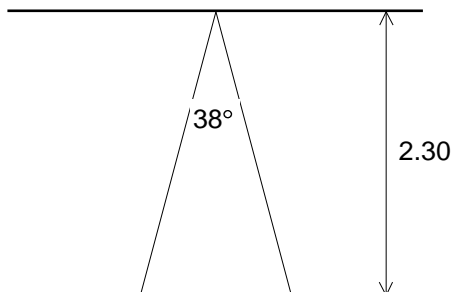
El triángulo  $T_1$  es rectángulo, uno de sus catetos mide 10 cm. Se pide:

Calcula los demás datos de  $T_1$  y  $T_2$ .

Calcula el área de  $T_1$  y  $T_2$ .



Calcular AB.



Un foco halógeno proyecta la luz según el diagrama.

¿Cuál es la superficie que ilumina

### UNIDAD 10: GEOMETRÍA ANALÍTICA

Conociendo dos punto hallar la ecuación de la recta en forma continua y general, hallar la distancia al origen

- a)  $P(0; 2)$  y  $P'(3; -2)$
- b)  $Q(2; -2)$  y  $Q'(-2; -3)$
- c)  $R(5; 3)$  y  $R'(-1; -1)$

Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto:

- a)  $O(4; 5)$  y es // a la recta  $3.x + 4.y = 2$
- b)  $P(-1; 1)$  y es // a la recta  $y + 2.x = 0$

- c)  $Q(2; 1)$  y es // a la recta  $3.y + 3 = 0$
- d)  $R(4; 3)$  y es  $\perp$  a la recta  $5.x + y = 4$
- e)  $S(-2; -1)$  y es  $\perp$  a la recta  $y = 2.x$
- f)  $T(1; -3)$  y es  $\perp$  a la recta  $x + y + 1 = 0$

### UNIDAD 11: ESTADÍSTICA

1. Estas son los puntajes obtenidos por los 100 candidatos que se presentaron a un concurso:

38	51	32	65	25	28	34	12	29	43
71	62	50	37	8	24	19	47	81	53
16	62	50	37	4	17	75	94	6	25
55	38	46	16	72	64	61	33	59	21
13	92	37	43	58	52	88	27	74	66
63	28	36	19	56	84	38	6	42	50
98	51	62	3	17	43	47	54	58	26
12	42	34	68	77	45	60	31	72	23
18	22	70	34	5	59	20	68	55	49
33	52	14	40	38	54	50	11	41	76

Presenta dichos datos en una tabla de intervalos de clase.

2. En una cierta ciudad, se registra el número de nacimientos ocurridos por semana durante las 52 semanas del año, siendo los siguientes los datos obtenidos:

6	4	2	8	18	16	10	6	7	5	12	8	9
12	17	11	9	16	19	18	18	16	14	12	7	10
3	11	7	12	5	9	11	15	9	4	1	6	11
7	8	10	15	3	2	13	9	11	17	13	12	8

Confecciona una tabla de intervalos de clase.

3. Las edades de veinte chicos son 12, 13, 14, 10, 11, 12, 11, 13, 14, 12, 10, 12, 11, 13, 12, 11, 13, 12, 10 y 15. Organiza los datos en una tabla de frecuencias.  
Calcula las medidas de dispersión y de centralización
  - ¿Qué porcentaje de chicos tienen 12 años?
  - ¿Cuántos chicos tienen menos de 14 años?
  
4. En cada día del mes de enero, en un camping hubo la siguiente cantidad de turistas: 12, 14, 17, 16, 19, 15, 15, 21, 24, 26, 28, 24, 25, 26, 20, 21, 34, 35, 33, 32, 34, 38, 40, 43, 41, 45, 50, 53, 58. Construye una tabla de frecuencias para estos datos.  
Calcula las medidas de dispersión y de centralización
  
5. Los sueldos de cinco empleados de una empresa son: \$ 400000, \$500000, \$450000, \$600000 y \$3500000. Calcula el sueldo medio, la moda, si es que existe, y la mediana e indica cuál representa mejor a los datos.
  
6. El entrenador de un equipo de natación debe elegir a uno de sus integrantes para la próxima competencia de estilo libre. Según los tiempos en segundos que obtuvieron los postulantes de las cinco últimas carreras de 100 m de estilo libre, ¿qué nadador le conviene elegir?

Diego	61,7	61,7	62,3	62,9	63,1
Tomás	61,5	62,9	62,9	63,7	63,7
Sergio	60,7	62,4	62,7	62,7	63,2

Para poder decidir, calcula las medidas de posición de cada uno.

7. Los siguientes datos numéricos corresponden a la cantidad de veces que cada alumno de un grupo ha ido a un recital o concierto.

2 – 4 – 3 – 2 – 1 – 1 – 6 – 3 – 0 – 3 – 2 – 4 – 6 – 9 – 3 – 2 – 1 – 6

Calcula la media, moda, mediana ,varianza y desviación típica.

8. En un diagnostico de educación física se pidió a los alumnos de los cuartos medios que hicieran abdominales durante 3 minutos. Se obtuvieron los siguientes resultados:

4º A: 45 38 43 29 34 60 54 27 32 33 23 34 34 28 56 62 56 57 45 47 48 54  
33 45 44 41 34 36 34 54

4º B: 43 45 44 38 34 46 43 42 43 45 57 44 38 38 37 43 61 38 37 45 28 42  
41 49 40 37 34 44 41 43

¿cuál de los dos cursos tiene el rendimiento más parejo? ¿qué distribución estadístico permite comparar la distribución de este tipo de datos?

9. A los mismos alumnos anteriores se les aplico una prueba de inteligencia, estos han sido:

87 105 88 103 114 125 108 107 118 114 129 100 106 113 105 111 94 115  
89 82

141 92 132 112 97 135 101 104 130 99 114 91 145 95 101 115 104 87  
108 115

103 132 110 113 102 109 124 98 140 107 93 108 122 117 114 141 116 108  
102 101

118 138 99 105 112 94 96 132 118 123 108 131 127 100 91

Agrupar los datos en intervalos de amplitud 8 y confeccionar una tabla de frecuencias y calcular las medidas de tendencia central.

## **UNIDAD 12: COMBINATORIA**

1. Calcular los números de 4 cifras no repetidas que se pueden formar con los dígitos del 1 al 9. (R. 3024)
2. ¿Cuántas patentes de automóviles se podrían confeccionar con 26 letras de nuestro alfabeto, empleando tres letras y tres dígitos? (R. 676.000)
3. Un supervisor debe hacer una inspección a diez colegios de la región. ¿De cuántas maneras puede visitarlos todos? (R. 3.628.800)

4. Para una ceremonia se nombra una delegación de 4 cadetes militares y 2 civiles. Se forman todos en una fila debiendo quedar los cadetes juntos. ¿De cuántas maneras pueden formarse los 6? (R. 144)
5. Un fabricante de collares para damas emplea esferas de los 7 colores básicos del espectro solar uniéndolas con un hilo. ¿De cuántas maneras distintas puede unir estas 7 esferas de distintos colores? (R. 5040)
6. En una sociedad, el presidente se sienta a la cabecera de la mesa de sesiones, a su derecha el vicepresidente y a su izquierda el secretario. ¿De cuántas maneras pueden sentarse los 8 directores?
7. Para llenar una vacante se presentan cinco candidatos que deben ser entrevistados por el Jefe de Personal, ¿en qué orden pueden ser entrevistados? (R. 120)
8. ¿Cuántas palabras con significado o sin él, pueden formarse con las letras de ROSA? (R. 24)
9. En una sala de teatro quedan 12 butacas vacías en primera fila. Si llegan 5 personas, de cuántas maneras podrían ocuparlas? (R. 95.040)
10. En un restaurante queda disponible sólo una mesa para 4 personas, ¿de cuántas maneras podrían ocuparlas 7 personas? (R. 840)