

TEMA1: Números Reales

- Realiza las siguientes operaciones, sin calculadora, redondeando los números en notación científica a dos cifras decimales.
 - $(1,46 \cdot 10^5) + (9,2 \cdot 10^4)$
 - $(2,96 \cdot 10^4) - (7,43 \cdot 10^5)$
 - $(9,2 \cdot 10^{11}) \cdot (5,4 \cdot 10^3)$
 - $(2,9 \cdot 10^{-7}) : (1,4 \cdot 10^{-5})$
- Halla el error absoluto y el error relativo que se puede producir cuando se toma para $\frac{7}{9}$ el valor de 0,78.
- Calcula el valor de la diagonal de un cuadrado, dando el resultado por redondeo hasta las diezmilésimas, cuando su lado mide 4 m.
- Considerando que los átomos tienen forma esférica, calcula el volumen de uno de ellos en m^3 tomando su radio como 10^{-10} m. ¿Cuántos átomos se necesitan para juntar un volumen de un litro?

TEMA2: Expresiones Algebraicas

5. Factoriza los siguientes polinomios e indica cuáles son sus raíces:

a) $6x^3 + 32x^2 - 74x - 28$

b) $x^3 + \frac{14}{5}x^2 - \frac{93}{5}x + \frac{18}{5}$

c) $x^3 - 16x^2 - 19x + 34$

6. Simplificar las fracciones algebraicas:

$$\frac{x^2 - 3x}{x^2 + 3x} =$$

$$\frac{x^2 - 3x}{3 - x} =$$

$$\frac{x^2 + x - 2}{x^3 - x^2 - x + 1} =$$

7. Opera las fracciones algebraicas:

$$\frac{1}{x+1} + \frac{2x}{x^2-1} - \frac{1}{x-1} =$$

$$\frac{x+2}{x^3-1} - \frac{1}{x-1} =$$

$$\frac{x^2-2x}{x^2-5x+6} \cdot \frac{x^2+4x+4}{x^2-4} =$$

$$\frac{9-6x+x^2}{9-x^2} \cdot \frac{x^2-5x+6}{3x^2-9x} =$$

$$\frac{x+2}{x^2+4x+4} \cdot \frac{x^2-4}{x^3+8} =$$

$$\frac{x^3+3x^2-4x-12}{x^2+2x-3} \cdot \frac{4x-2x^2}{x^3-2x^2+x} =$$

8. ¿El polinomio $P(x) = x^3 - 3x^2 + 4$ tiene como factor al binomio $(x-2)$? Realiza la división

$P(x) : (x-2)$ empleando Ruffini y comprueba si el cociente es divisible por el mismo factor.

9. Realiza las siguientes divisiones aplicando la regla de Ruffini e indica el cociente y el resto.

a) $(x^4 - 2x^3 + 1) : (x + 3)$

b) $(x^5 - 2x^3 - x + 2) : (x - 1)$

10. Obtén un polinomio cuyas raíces sean:

a) 1 (raíz doble), -1 (raíz triple)

b) -3 (raíz simple), 0 (raíz triple), 1 (raíz doble)

TEMA 3: Ecuaciones y sistemas

11. Un alumno tiene monedas en ambas manos, si pasa dos monedas de la mano derecha a la izquierda tendrá el mismo número de monedas en ambas manos. Si pasa 3 monedas de la izquierda a la derecha, tendrá en ésta el doble de monedas que en la otra. ¿Cuántas monedas tiene en cada mano?
12. Una calculadora y un reloj cuestan 115 Euros. En las calculadoras se está haciendo un descuento del 20% y en los relojes del 10%. Pagando de este modo solo cuestan en total 101,5 Euros. ¿Cuál es el precio de cada objeto?

13. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a)
$$\frac{6x-22}{3} - \frac{10x-2}{14} = \frac{2x-14}{6} - \frac{10x-12}{21}$$

b)
$$(x-2)^2 - 2(x-1)(x+1) + 15 = 0$$

14. Resuelve las siguientes ecuaciones logarítmicas:

a)
$$3\log x + 2\log x^2 = \log 2187$$

b)
$$\log \sqrt{3x+1} - \log \sqrt{2x-1} = 1 - \log \frac{30}{4}$$

15. Resuelve las siguientes ecuaciones exponenciales:

a) $7^{x^2-9} = 1$

b) $\left(\frac{3}{2}\right)^{x^2-x-6} = \left(\frac{4}{9}\right)^{x+2}$

c) $5^{x+1}2^{x-1} - 10^x = 150$

d) $9^x - 3^{x-2} - 322 = 0$

16. Cinco amigos juntan su dinero llegando a reunir 240 euros. Los dos primeros aportan la misma cantidad el tercero aporta el doble que los dos primeros juntos, el cuarto la mitad que el tercero y el quinto la mitad de los cuatro primeros juntos. ¿Cuánto aporta cada uno?

17. El área de un rectángulo es 12 m^2 y su diagonal mide 5 m. Calcula las longitudes de los lados.

18. El área de un triángulo rectángulo es 6 m^2 y su perímetro 12 m. Calcula la longitud de los lados del triángulo.

TEMA 4: Inecuaciones y sistemas

19. Representa la región del plano que verifica el siguiente sistema de inecuaciones:

$$\begin{cases} x + 2y - 3 > 0 \\ 3x + 6y - 15 < 0 \end{cases}$$

20. Resuelve las siguientes inecuaciones :

$$-4x + \frac{3-2x}{4} > \frac{1-3x}{3} - \frac{37}{12}$$

a) $\frac{x-4}{3} < \frac{x^2}{x+42}$

b) $\frac{x+2}{3} < \frac{x^2}{3x+4}$

21. En una pista de patinaje hay dos quioscos de alquiler de patines. En el de la izquierda se cobran 2 Euros de tarifa fija y 80 céntimos de euro por hora y en el quiosco de la derecha 1 Euro de fijo y otro por cada hora de alquiler. Si vamos a patinar 4 horas, ¿en qué quiosco debemos alquilar los patines? Obtén el resultado mediante una inecuación.

22. En una bolsa opaca hay bolas de color verde y rojo. Se sacan al azar varias bolas y se sabe que al menos 1 era verde, que rojas no se sacaron más de 3 y que la diferencia entre las bolas verdes y las rojas es menor o igual a 1. ¿Cuántas bolas de cada color se han podido extraer?

23. Resuelve las siguientes inecuaciones:

a) $x + 2x + 3x < 5(1 - x) + 6$

b) $-(x - 1) + 2(2x + 3) < 4$

c) $6(x - 2) - 7(x - 4) > 6 - 3x$

24. Resuelve las siguientes inecuaciones:

a) $x^4 - 81 \geq 0$

b) $4x^3 + 8x^2 - x - 2 < 0$

TEMA 5: Semejanza y Trigonometría

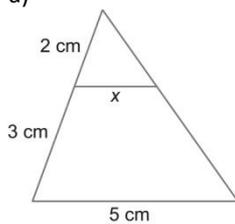
25. En un triángulo rectángulo, donde el ángulo recto es A, se sabe que $a = 8$ m y $b = 6$ m. ¿Cuánto mide c ? Calcula las razones de los ángulos B y C.

26. En un triángulo rectángulo, donde el ángulo recto es A, se sabe que $a = 8$ m y $b = 6$ m. ¿Cuánto mide c ? Calcula las razones de los ángulos B y C.

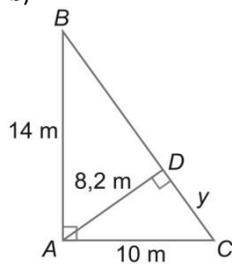
27. Si α es un ángulo del cuarto cuadrante y $\operatorname{tg} \alpha = \frac{-5}{3}$, ¿cuánto valen las otras dos razones trigonométricas?

28. Calcula x e y en los siguientes triángulos:

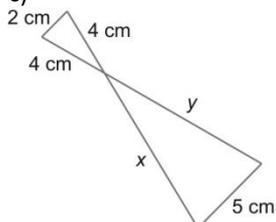
a)



b)



c)



29. Las torres Kio de Madrid tienen forma de romboide. Si la longitud de la base fuera 40 m, la altura 82 m y el ángulo que el lado inclinado forma con el suelo 74° , determina a qué distancia de la base del bloque golpearía el suelo una piedra que se dejara caer desde el borde de la azotea.
30. Un triángulo tiene por lados 11 cm, 22 cm y 33 cm. El lado correspondiente al mayor, en otro triángulo semejante, es 49,5 cm. Halla los restantes lados del triángulo semejante correspondiente.
31. Un polígono tiene por lados segmentos que miden $a = 12$ cm, $b = 6$ cm, $c = 9$ cm, $d = 5$ cm y $e = 10$ cm. Halla los lados de un polígono semejante a él y cuyo perímetro es 200 cm.

TEMA 6: Aplicaciones de la Trigonometría

32. Calcula los restantes elementos de un triángulo ABC, rectángulo en C, si conocemos la hipotenusa $c = 20$ cm y el cateto $b = 12$ cm.
33. Resuelve los siguientes triángulos:
- b) $a = 12$ m, $b = 7$ m, $A = 85^\circ$
- b) $b = 38$ m, $c = 50$ m, $a = 42$ m
- c) $b = 17$ m, $c = 15$ m, $A = 48^\circ$

34. Calcula los restantes elementos de un triángulo ABC, rectángulo en C, si conocemos el cateto a = 12 cm y el cateto b = 15 cm.
35. ¿Cuál es la altura de una torre que es vista desde 30 m de su pie y con un teodolito de 1,20 m de altura bajo un ángulo de 30°?

TEMA 7: Geometría Analítica

36. Indica si las siguientes rectas $r: \frac{x}{-1} = \frac{y+1}{2}$ y $s: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = \frac{7}{2} + 4t \end{cases}$ son secantes o paralelas. En caso de que sean secantes, averigua su punto de intersección.

37. Indica si las siguientes rectas $r: \frac{x}{-1} = \frac{y+1}{2}$ y $s: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = \frac{7}{2} + 4t \end{cases}$ son secantes o paralelas. En caso de que sean secantes, averigua su punto de intersección.

38. Dados $\vec{u} = \left(\frac{2}{7}, -\frac{1}{4}\right)$, $\vec{v} = \left(\frac{1}{7}, \frac{3}{4}\right)$ y $\vec{w} = (3, -3)$:

a) Calcula $2\vec{u} + \vec{w}$

b) Calcula $\vec{u} - \frac{2}{3}\vec{v}$

c) ¿ \vec{v} y \vec{w} son perpendiculares?

39. Averigua la pendiente y la ordenada en el origen de las siguientes rectas:

a) $y = -6x + 7$

b) $x + 3y - 5 = 0$

c) $y + 1 = 0$

d) $2x - 5y + 1 = 0$

40. ¿Cuánto ha de valer k para que las rectas $r : kx + 3y + 4 = 0$ y $s : \begin{cases} x = \frac{4}{3} - kt \\ y = 3t \end{cases}$ sean paralelas? ¿Y

si queremos que sean coincidentes?

41. Las coordenadas de un punto P son $(-1, 2)$, y las del vector $\overrightarrow{PQ} = (-4, 4)$. Calcula:

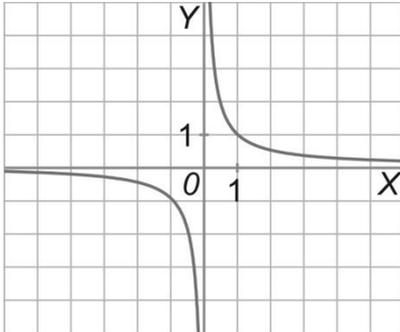
a) Las coordenadas de Q

b) El vector \overrightarrow{QP} .

42. ¿Cuánto vale la pendiente de la recta que pasa por $A(5, -2)$ y $B(3, -3)$? Escribe la ecuación punto-pendiente de dicha recta.

TEMA 8: Funciones

43. Estudia la siguiente gráfica, indicando: dominio, recorrido, puntos de corte con los ejes, simetría, periodicidad crecimiento, continuidad, máximos y mínimos.



44. a) Multiplica las funciones $f(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{2x}$ y $g(x) = \frac{x^2-x}{x+1}$ y calcula su dominio.

- b) Calcula $f + g$, $f - g$ y $\frac{f}{g}$, indicando sus dominios, si $f(x) = \frac{3+x}{x^2-3x}$ y $g(x) = \frac{3x-5}{x^2-4x+3}$.

45. Dibuja una gráfica con las siguientes características:

Dominio: $[-7, 7)$
 Recorrido: $[-2, 3]$
 Ptos de corte: $(0, 1)$, $(-2, 0)$ y $(2, 0)$
 Discontinuidad: $x = 4$
 Máximo: $(5, 3)$ Mínimo: $(-3, -2)$
 No periódica y no simétrica

46. Un ciclista bebe medio litro de agua cada 10 km de recorrido. Si en el coche de equipo llevan un bidón de 40 litros, haz una tabla que indique su variación y escribe la función que la representa.

47. La siguiente tabla indica la variación del consumo de helados por día en función de la temperatura. Escribe la función que representa el número de helados en función de T y dibújala.

Temperatura	27°	30°	33°	36°
Nº helados	1	2	3	4

48. Completa la tabla correspondiente a la función:

$$f(x) = \begin{cases} |x-5|-3 & \text{si } x < 3 \\ x^2 - x + 3 & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$$

x	-2	0	2	4	6
y					

49. Calcula las asíntotas de las siguientes funciones:

a) $f(x) = \frac{2x^2 - 10}{x + 1}$

b) $f(x) = \frac{x + 7}{3x - 6}$

50. Calcula los puntos de corte con los ejes de la función $y = \frac{x^2 - 9x + 20}{x - 4}$

TEMA 9: Funciones Elementales

51. Representa en los mismos ejes las siguientes parábolas por traslación de $y = x^2$.

a) $y = (x - 1)^2$

b) $y = x^2 - 1$

c) $y = (x - 1)^2 + 1$

52. Halla el dominio de las siguientes funciones racionales:

a) $f(x) = \frac{2x}{x^3 - x^2 - 4x + 4}$

b) $g(x) = \frac{x^2 + 1}{(x^2 - x - 2)(x + 3)}$

TEMA 10: Introducción al concepto de límite

53. Sea $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$.

a) Halla su dominio.

b) ¿Es discontinua en algún punto? ¿Por qué?

c) En $x = 1$, f no está definida. ¿Podría ampliarse esta función de modo que fuera continua en $x = 1$?

54. Sea $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$.

a) Halla su dominio.

b) ¿Es discontinua en algún punto? ¿Por qué?

c) En $x = 1$, f no está definida. ¿Podría ampliarse esta función de modo que fuera continua en $x = 1$?

55. Calcula los siguientes límites:

a) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x - 3}{\sqrt{x} - \sqrt{3}}$

b) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{1 - \sqrt{x - 2}}{x^2 - 9}$

c) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 6x^2 + 12x + 8}{x^3 - 2x^2 - 4x + 8}$

TEMA 11: Introducción al concepto de derivada

56. ¿Para qué valores de x la tangente a la curva $g(x) = 3 + 5x^2$, formará un ángulo de 45° con la horizontal?
57. Calcula la aceleración del movimiento definido por $e(t) = 2t^3 - 3t$, para los tiempos (unidades en metros):
- a) $t = 0$ segundos
- b) $t = 2$ segundos
58. Hallar el valor de a perteneciente al intervalo $[-1,1]$ para el que se cumple que la tasa de variación media en el intervalo $[-1,1]$ coincide con la tasa de variación instantánea en $x=a$, siendo $f(x) = x^2 - 6x + 9$.
59. La población de una ciudad decrece según la expresión $n(t) = \frac{-t^2}{100} - 2t + 101$, siendo t el tiempo en años y $n(t)$ el número de habitantes en miles.
- a) ¿Cuál es el tamaño inicial de la población?
- b) Calcula tamaño y la tasa de decrecimiento al cabo de 4 años
- c) Halla el instante en el que la velocidad de decrecimiento es de 150.000 individuos/año.

60. Calcula la derivada de las siguientes funciones:

a) $f(x) = \sqrt{5x} + \sqrt[3]{x} - \frac{1}{x}$

b) $g(x) = 2\sqrt[5]{x^4 - 1}$

c) $h(x) = \sqrt{1-x} + \sqrt{1+x}$

d) $f(x) = (x^3 + 1)^3$

e) $h(x) = \frac{(x^2 + 1)^8}{(x^2 + 1)^3}$

61. Halla la TVM $f[-1, 2]$ y la TVI $f[1]$ de la función $f(x) = x^2 - 2x + 5$.

62. Halla la pendiente de la recta tangente a la curva $y = x^3 + 7x$ en el punto $P(0, 0)$.

TEMA 12: Combinatoria

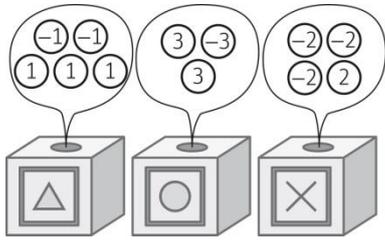
63. Tenemos una urna con siete bolas de colores distintos. Si sacamos cuatro bolas de una en una y con reemplazamiento, ¿cuántas ordenaciones distintas de colores podremos obtener?
64. ¿Cuántas formas tienen de quedar clasificados en un torneo de ajedrez, suponiendo que no se pueda empatar, sus cinco participantes?
65. Se juega un torneo baloncesto entre 6 equipos por el sistema de liga, a una sola vuelta. a)
¿Cuántos partidos habrán de jugarse en total?
- b) Si reciben trofeo los tres primeros, ¿de cuántas formas pueden repartirse los trofeos si son distintos?
66. Enrique va a comer a un buffet en el que tiene que hacer un plato de comida con carne (cerdo, ternera o pollo) o pescado (merluza o lenguado) y acompañar el plato con patatas, arroz, pasta o ensalada. ¿Cuántos platos diferentes se podría hacer? Escríbelos.
67. Se desea formar un comité formado por 8 mujeres y 8 hombres. Si disponemos de 16 mujeres y 12 hombres, ¿de cuántas maneras distintas se puede formar?
68. En una urna hay dos bolas rojas, tres verdes y tres azules. ¿De cuántas maneras distintas pueden sacarse, bola a bola, de la urna?

TEMA 13: Probabilidad

69. ¿Cuál es la probabilidad de que salga un caballo al extraer una carta de una baraja española?. ¿Y si a la baraja le quitamos antes el palo de oros?. ¿Y si le quitamos los 4 reyes?
70. Tenemos 12 cartas de una baraja española: todos los oros, el rey de copas y el caballo de espadas. Si sacamos una carta, ¿cuál es la probabilidad de que sea un oro sabiendo que ha sido figura?

71. En una clase hay 14 alumnos (5 rubios y 9 morenos) y 17 alumnas (9 rubias y 8 morenas). Si metemos los nombres de todos en una urna y sacamos uno, calcula las probabilidades siguientes:
- a) Que salga una chica.
 - b) Que salga una persona rubia.
 - c) Que salga un chico moreno.
 - d) Que salga un chico moreno o una chica rubia.
72. Tenemos una urna con 20 bolas numeradas del 1 al 20. Extraemos una bola y consideramos los sucesos:
- a) $A = \{\text{Salir múltiplo de 4}\}$
 - b) $B = \{\text{Salir número primo}\}$
 - c) $C = \{\text{Salir número impar}\}$
- Calcula $P(A \cup B)$ y $P(B \cup C)$.
73. De una urna con 8 bolas blancas y 4 negras sacamos 2 bolas. Halla la probabilidad de que la segunda sea blanca sabiendo que la primera fue negra si:
- a) Si devolvemos la primera bola antes de sacar la segunda.
 - b) Sin devolución.
74. Se sortea una excursión en la que se han apuntado 39 personas. Si el que realiza el sorteo dice que la probabilidad de que le toque ir a cualquiera que se haya apuntado es de $\frac{2}{3}$, ¿cuántas personas irán a la excursión?

75. Se ha marcado las 12 caras de un dado con cuatro Δ , cinco O y tres X. Dichos símbolos aparecen en tres urnas, una con un Δ , otra con una O y otra con una X. Se tira el dado y se sacan simultáneamente dos bolas de la urna marcada con esa letra. Si el producto de los números que aparecen en las bolas es positivo entonces ganaremos 10€.



- a) Representa en un diagrama de árbol los sucesos y las probabilidades de este juego de azar.

- b) Describe dos sucesos compuestos, uno que tenga por resultado ganar los 10€ y otro que no.

- c) Calcula la probabilidad de que gane los 10 €.

- d) Calcula la probabilidad de que gane los 10 €, si una de las bolas era un número negativo.

76. Si tenemos una urna con 3 bolas blancas, 2 rojas y 5 negras, ¿cuál es la probabilidad de sacar a la vez 2 bolas de colores distintos?. ¿Y 3 del mismo color?

TEMA 14: Estadística

77. Dada la siguiente tabla, calcula:

x	51	54	57	60	63
f	5	13	20	18	27

- a) Mediana, moda y media aritmética.
- b) Varianza y desviación típica.
- c) Desviación respecto a la media.
- d) Recorrido.

78. Se realiza un estudio comparativo entre la edad de 6 personas y el número de kilómetros que es capaz de recorrer en una hora, obteniéndose la siguiente tabla:

Edad	40	23	19	34	52	27
Km recorridos	9,5	15	14,5	12	6,4	13,5

Representa el diagrama de dispersión de esta variable bidimensional y di qué tipo de dependencia y qué tipo de correlación existe entre las dos variables.

79. La media de una muestra es 4, y su varianza es 0,0144. ¿Qué se puede decir de la representatividad de la media?

80. Se conoce que el 40% de una población son hijos únicos y el 25% tienen más de 2 hermanos. Si la población consta de 500 habitantes, elabora una tabla de frecuencias y dibuja el gráfico más adecuado.

81. Halla la media, la mediana, la moda, la varianza y el recorrido del siguiente conjunto de datos:

Inter.	f
[20, 22)	15
[22, 24)	25
[24, 26)	9
[26, 28)	21
[28, 30)	28
[30, 32)	12

